

## НАУРЫЗ ТАРҒЫН АТАНБЕКҰЛЫ

### ЕРКІН ШЕКАРАЛЫ ОБЛЫСТАҒЫ ЖЫЛУ ЕСЕПТЕРІ ҮШІН ЖЫЛУ ПОЛИНОМ МЕН АРНАЙЫ ФУНКЦИЯЛАР ӘДІСІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ҚОЛДАНУ АЯСЫ

«6D070500 - Математикалық және компьютерлік модельдеу» мамандығы  
бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін жазылған  
диссертацияның  
АНДАТПАСЫ

Дипломдық жұмыстың мақсаты екі түрлі: жылулық көпмүшелер мен арнайы функцияларды ұсыну және олардың кейбір фазалық ауыспалы модельдерге (бірінші типтегі) қолдану, сонымен қатар сызықтық емес бастапқы және шекаралық мәнді есептердің шешуші әдісін көрсету және талдау. Бұл екі аспектіні бөліп қарауға болмайды, өйткені модельдеу мен талдаудың өзара байланысы - Стефан сияқты мәселелерді зерттеудің өмірі мен қаны.

Еркін шекаралық аймақтардағы жылу берудің қолданбалы есептерін шешу үшін жылулық көпмүшелер әдісін қолданудың негізгі идеясы - бұл әдіс есептің шешімін дифференциалдық теңдеуді толық қанағаттандыратын формада құруға мүмкіндік береді. ерітіндідегі коэффициенттер, бос шекараның құрылымы мен кеңею коэффициенттері осылайша бастапқы және шекаралық шарттарды дәл немесе шамамен қанағаттандыру үшін таңдалады. Бұл әдіс кез келген дәлдік дәрежесімен жуықталған шешімді алуға және максималды принцип бойынша жуықтау қатесін бағалауға мүмкіндік береді.

**Диссертациялық жұмыстың мақсаты.** Диссертациялық жұмыстың негізгі мақсаты - жылулық көпмүшелер әдісінің негізінде заттардың фазалық түрленуімен жылу мен масса алмасу мәселелерін шешудің жаңа дәл және жуық аналитикалық әдістерін жасау және олардың динамиканы зерттеуге және электрлік жүйелер байланысын, төмен вольтты құрылғылар эрозиясын есептеуге қолдану. Бұл мәселелерді шешу және оларды талдау қазіргі заманғы төмен вольтты электр қондырғыларын құрудың жаңа перспективалы бағыттарын табуға және олардың қосылу мүмкіндігінің оңтайлы режимдерін таңдауға, электр құрылғыларының сенімділігі мен қызмет ету мерзімін арттыру, эквивалентті композициялық материалдар үшін электрлік контактілер үшін қымбат және тапшы материалдарды (күміс, алтын, платина, вольфрам) үнемдеу, сондай-ақ электрлік байланыстардың көпірлік және доғалы эрозиясын төмендету бойынша практикалық ұсыныстарды әзірлеуге мүмкіндік береді.

**Диссертациялық жұмыстың мақсаттары.** Диссертация келесі міндеттерден тұрады:

- Бір өлшемді жылулық көпмүшелер және оған байланысты функциялар;
- Сфералық және цилиндрлік жылуөткізгіштік есептерді шешуге арналған жылулық көпмүшелер;
- Электрлік байланыс процестеріндегі жылу процесінің есептерін шешуге арналған арнайы функциялар.
- Жылулық есептерді температураға тәуелділік коэффициенттерімен ұқсастығы бойынша шешу.

Диссертациялық жұмыстың бірінші тапсырмасында берілген жылу мен масса алмасу процестерін сипаттайтын математикалық модельдерді құру үшін алдымен бір өлшемді жылулық көпмүшелердің белгілі қасиеттерін жүйелеу және оларды қолдануға мүмкіндік беретін жаңа қасиеттермен толықтыру қажет, еркін шекаралық есептерді шешу және шешімдердің шамамен қателерін бағалау. Цилиндрлік есептер жылулық көпмүшелердің Лагер көпмүшелермен байланысы арқылы шешілуі керек. Алынған ерітіндінің көмегімен бос шекара динамикасының сипаттамасы беріледі және электрод материалының фазалық ауысуларының изотермаларының (жұмсарту, балқу және булану) қозғалысын есептеу әдісі әзірленетін болады.

Жалпыланған жылу теңдеуі үшін сәйкес жылу өткізгіш көпмүшелер мен қауымдастырылған функциялар құрылады, олар үшін өндіруші функцияны тауып, Аппель түрлендіруін қолдану керек. Құрылған жылулық көпмүшелерді қолдана отырып, сфералық және осьтік модельдердің жылулық көпмүшелер әдіспен түйісу есебінің шешімі алынады және көпір эрозиясының электр контактілерінің динамикасын есептеу әдісі әзірленетін болады.

**Диссертацияның ғылыми жаңалығы мен маңызы.** Жақында жылу және масса алмасу есептерін шешудің аналитикалық әдістері, сандық әдістері көптеген кіріс параметрлерінің әсерін бағалауға мүмкіндік бермейтін мультикритериалды мәселелерді шешу қажеттілігінің артуына байланысты, шешімнің әрекетіне, әсіресе оның динамикасына қатысты оларды одан әрі дамыту үшін жаңа ынталандыру алды. Атап айтқанда, фазалық ауысулармен жылу алмасуды сипаттайтын еркін шекарасы бар Стефан типті есептерді шешу үшін жылу балансының интегралдық әдісі, бұзылулар әдісі және басқа да бірқатар әдістер кеңінен қолданылады. Бұл әдісті қолданудағы негізгі мәселе қолданбалы есептер үшін әдетте аналитикалық шешімді эксперименттік мәліметтермен салыстыру арқылы ауыстырылатын жуықтау қатесін бағалау болып табылады. Керісінше, осы дипломдық жұмыста әзірленген жылулық көпмүшелік әдіс жылу өткізгіштіктің дифференциалдық теңдеуін дәл қанағаттандыруға мүмкіндік береді, ал бастапқы және шекаралық шарттарды орындаудағы қателікті максималды принцип арқылы бағалауға болады. Жылулық көпмүшеліктерді П.С. Розенблум және Д.Виддер, олардың сызықтық комбинациясы түріндегі жылу теңдеуінің шешімін құру үшін негізгі функциялар ретінде қарастыруға болады. Бұл салада жылу өткізгіштіктің классикалық есептерін шешу үшін бірқатар қызықты нәтижелер алынды.

Еркін шекарасы бар есептерді қолданудың маңызды бағыттарының бірі электр доғасының төмен температуралы плазмасындағы құбылыстарды және электр құрылғыларының контактілерін математикалық модельдеу болып табылады. Шешімдерді талдау алынған теориялық нәтижелерді тексеруге, электр құрылғыларындағы нақты эволюциялық процестер үшін әзірленген алгоритмдердің тиімділігін тексеруге және қолда бар эксперименттік мәліметтерге түсініктеме беруге мүмкіндік береді.

Жылулық көпмүшелер әдісі шекті дәнекерлеу токтарын анықтауға мүмкіндік беретін магниттік өрістердегі тұйық электрлік контактілерді қыздыру процесін зерттеу кезінде туындайтын фазалық ауысулармен (жұмсарту және балқыту) сфералық және цилиндрлік есептерді шешу үшін қолданылады. Көлденең қимасы өзгермелі денелердегі фазалық ауысулармен жылуалмасу есептерін шешу үшін (сұйық металл көпірі, электр доғасы) бір өлшемді жылулық көпмүшелерін жалпылайтын жылулық көпмүшелердің аппараты жасалады, ол үшін арнайы функциялар және сәйкес келетін қауымдастырылған функциялар биортогональдан жалпыланған жылулық функцияларға Аппель түрлендіру көпмүшелері арқылы құрастырылады.

**Зерттеу әдісі.** Сфералық бір және екі фазалы Стефан есебін шешу үшін жылулық көпмүшеліктер және арнайы функция (интегралдық қателік функция) пайдаланылады. Жалпыланған жылу есептері үшін арнайы функциялар әдісі (Лагер көпмүшелері және конгруэнтті гипергеометриялық функциялар) қарастырылады. Сфералық Стефан есебінде радиалды жылулық көпмүшелері де тиімді. Жылулық көпмүшелерді қолданатын есептерді жуықтау үшін вариациялық және коллокациялық жуықтау әдістері қолданылады. Жылулық көпмүшеліктер мен арнайы функциялардың сызықтық комбинациясы арқылы берілген қатарлардың жинақтылығы дәлелденді.

Температураға тәуелділік коэффициенттері бар сфералық Стефан есебін шешу үшін ұқсастық әдісі қолданылады. Бұл әдіс Стефанның толық емес дифференциалдық теңдеуін кәдімгі сызықты емес екінші ретті дифференциалдық теңдеуге келтіру үшін өте пайдалы, ол есепті оңайлатуға және оны Вольтерра типті интегралдық теңдеу арқылы шешуге көмектеседі. Тұрақты нүкте теоремасы арқылы сызықты емес модельдің шешімі бар екендігі дәлелденді.

**Жарияланымдар.** Диссертация тақырыбы бойынша 11 мақала жарияланып, қабылданды: 7 журналдық мақала (оның ішінде 3-і квантиль Q3 Scopus деректер базасының журналдарында, 4-і ҚР БЖҒ министрлігі, Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған журналдарда және оның 2-і Clarivate Web of Science-те индекстелген) және халықаралық ғылыми конференциялар жинақтарында 4 мақала (олардың бірі Scopus-та индекстелген) жарияланған.

Диссертация тақырыбы бойынша нәтижелер келесі жұмыстарда жарияланды:

Scopus немесе Web of Science халықаралық базасына енгізілген журналдағы жарияланымдар

1. T.A. Nauryz, S.N. Kharin. Existence and uniqueness for one-phase spherical Stefan problem with nonlinear thermal coefficients and heat flux condition. International Journal of Applied Mathematics, 2022, 35(5), pp. 645-659. (**Scopus, SJR 0.27, процентиль 40**), DOI: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v35i5.2>

2. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Solution of two-phase cylindrical direct Stefan problem by using special functions in electrical contact processes. International Journal of Applied Mathematics, 2021, 34(2), pp 237-248. (**Scopus, SJR 0.268, процентиль 31**), DOI: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v34i2>.

3. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. One-phase spherical Stefan problem with temperature dependent coefficients. Eurasian Mathematical Journal, 2021, 12(1), pp 49-56. (**Scopus, SJR 0.277, процентиль 25**), DOI: <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2021-12-1-49-56>.

БҒСҚ

1. S.N. Kharin, T.A. Nauryz, B. Miedzinski. Two phase spherical Stefan inverse problem solution with linear combination of radial heat polynomials and integral error functions in electrical contact process. International Journal of Mathematics and Physics, Vol 11, No. 2, (2020) pp. 4-13, (**БҒСҚ, Clarivate Web of Science**), DOI: <https://doi.org/10.26577/ijmph.2020.v11.i2.01>

2. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Two-phase Stefan problem for generalized heat equation. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Vol. 2, No. 330 (2020), pp. 40-49. (**БҒСҚ, Clarivate Web of Science**), DOI: <https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.13>.

3. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Two-phase spherical Stefan problem with nonlinear thermal conductivity. Kazakh Mathematical Journal, 20:1 (2020), pp.27-37. (**БҒСҚ**).

4. S.N. Kharin, T.A. Nauryz, K. Jabbarkhanov. Solving two-phase spherical Stefan problem using heat polynomials. Kazakh Mathematical Journal, 19:1 (2019), pp. 59-68. (**БҒСҚ**).

Халықаралық конференциялар материалдарындағы жарияланымдар

1. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Mathematical model of a short arc at the blow-off repulsion of electrical contacts during the transition from metallic phase to gaseous phase. Fifth International Conference on Analysis and Applied Mathematics, Turkey, AIP Conference Proceedings 2325, 020007 (2021); (**Indexed in Scopus, процентиль 17**). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0040412>.

2. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Stefan's problem with nonlinear thermophysical characteristics. The traditional international April mathematical conference in honor of the Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan, dedicated to the 75th

anniversary of Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan Tynysbek Sharipovich Kalmenov, pp. 169-170. 2021. (in Russian).

3. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. The solution of two-phase Spherical Stefan problem by using linear combination of heat polynomials. Traditional International April Mathematical Conference in honor Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan, dedicated to the 1150th anniversary of Abu Nasyr al-Farabi and 75th anniversary of the Institute of Mathematics and mathematical Modeling, p.125, 2020.

4. S.N. Kharin, T.A. Nauryz. Stefan problems with enhanced nonlinearity and its applications. Traditional International April Mathematical Conference in honor Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan, pp. 16-19, 2022.

**Дипломдық жұмыстың құрылымы мен көлемі.** Диссертациялық жұмыс титулдық беттен, танудан, мазмұнынан, кіріспеден, үш бөлімнен және қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен, қосымшадан тұрады. Диссертацияның жалпы көлемі 109 бет, оның ішінде 16 сурет және 1 кесте.

**Диссертацияның негізгі мазмұны.** Кіріспеде диссертация тақырыбының өзектілігі, мақсаты, объектісі, пәні, зерттеу міндеттері, жұмыстың ғылыми жаңалығының негіздемесі көрсетіледі.

Бірінші тарауда біз интегралдық кателік функциясымен, жылулық көпмүшеліктермен және байланысты функциялармен таныстырамыз. Жалпыланған жылу теңдеуі үшін арнайы функциялар ұсынылған, мысалы, Лагерра көпмүшесі және азғындалған гипергеометриялық функция және гипергеометриялық функцияның қасиеттері көрсетілген.

Екінші тарауда жылулық көпмүшелердің және арнайы функциялардың қосымшалары қарастырылады. Біріншіден, бір фазалық кері сфералық Стефан есебін қарастырамыз, мұнда сұйық және қатты фазалардың температураларын және электрлік жанасу нүктелеріне түсетін жылу ағынын табу керек. Жылу ағындарының жуық шешімдері вариациялық әдіс және коллокация әдісі ретінде екі жуықтау әдісі арқылы зерттеледі. Сандық нәтижелерді салыстыра отырып, вариациялық әдіс бізге өте жақсы жуықтауды беретінін көреміз. Екінші есепте арнайы функцияларды (Лагерра көпмүшесі және азғындық гипергеометриялық функция) қолданатын жалпыланған жылу теңдеуі үшін екі фазалы Стефан есебінің шешімі қарастырылады.

Үшінші тарауда температураға тәуелді коэффициенттері бар бір фазалы сфералық Стефан есебін қарастырамыз. Ұқсастық әдісі зерттелді, ол Стефан есебін бастапқы және шекаралық шарттармен және Стефан шарттарымен екінші ретті кәдімгі сызықтық емес дифференциалдық теңдеуге айналдыру үшін өте пайдалы.